

SIMULAREA CU AJUTORUL CALCULATORULUI A UNOR SISTEME VECTORIALE

Gabriel Anastasiu, Elena Anastasiu, Carp Dorina Gabriela

Abstract

In this article I will try to show how to solve a simple vector geometry problems, in our case the assembly of several vectors and that results in successive scans a space body.

Notiuni teroretice generale de geometrie vectorială

Se ştie că prin definiţie un vector liber este mulţimea tuturor segmentelor echipolente cu un segment orientat dat. De regulă vectorii sunt notaţi cu litere mici sau specificând un segment orientat sau vector legat.

În reprezentarea grafică un vector liber se va reprezenta ca un segment orientat cu condiţia ca să i se poată schimba originea într-un punct arbitrar dar păstrând direcţia, sensul şi modulul.

În figura 1 am reprezentat un exemplu de vectori:

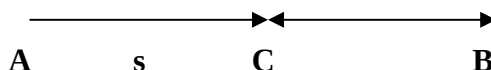


Figura 1

În figura 1 s-a notat cu s segmentul orientat $\overrightarrow{AC}$. Noţiunea de vector în spaţiu înglobează noţiuni ca segment, segment orientat, lungimea unui segment, direcţie a unei drepte, dreaptă orientată, segmente de acelaşi sens. Se va avea în vedere îndeosebi axiomatizarea formulată de D. Hilbert (1899) şi axiomatizarea datorată lui G. Birkoff (1931) şi fără a apela la axiomaticele lui Euclid, pentru că acestea nu se ocupă explicit de orientarea dreptei, de ordine pe dreaptă şi de axiome de continuitate.

Ne vom limita la geometria euclidiană în demonstraţia din acest articol fără a ignora că există şi alte geometrii: hiperbolică, eliptică, afină, conformă, proiectivă.

Sistemul Hilbert are trei noţiuni primare: punct, dreaptă, plan şi trei relaţii fundamentale: „aparţine” sau „de incidenţă”, „situat între” pentru puncte, „congruenţă” pentru segmente şi unghiuri, care sunt descrise de 20 de axiome împărţite în 5 grupe:

- axiome de apartenenţă sau incidenţă
- axiome de ordine
- axiome de congruenţă
- axioma paralelelor
- axiome de continuitate

Se vor utiliza următoarele adnotaţii:

- pentru puncte: $A, B, C, \dots, L, M, N, \dots$,
- pentru drepte: $a, b, c, \dots$,
- pentru plane: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$,
- pentru relaţia de apartenenţă: „ $\in$ ”; $a \in \alpha, \alpha \in A$,
- pentru relaţia „a fi între”: CBA — citită „ B este între A şi C ”,
- pentru relaţia de congruenţă: „ $\equiv$ ”.

Realizarea unei figuri geometrice în spațiu cu ajutorul operațiilor cu vectori

Pentru a obține o figură geometrică în spațiu se va folosi, în acest caz particular, operația de adunare a vectorilor.

Voi pleca în acest scop de relația lui Chasles:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Astfel dacă avem două segmente orientate $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{CD}$ se poate obține suma acestor segmente considerând un punct E în plan astfel încât segmentele orientate obținute $\overrightarrow{BE}$ și $\overrightarrow{CD}$ să fie echipolente. Astfel suma segmentelor orientate $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{BE}$ este relația lui Chasles:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$$

Rezultatul este dat în figura 2:

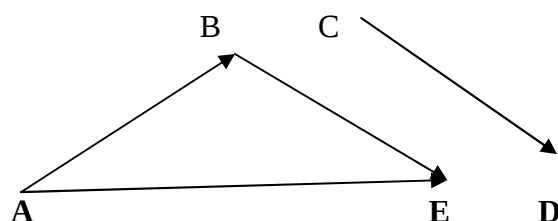


Figura 2

În aplicația de simulare realizată cu ajutorul JAVA și Cortona voi introduce numai datele de scalare a vectorilor și se va obține figura 3:

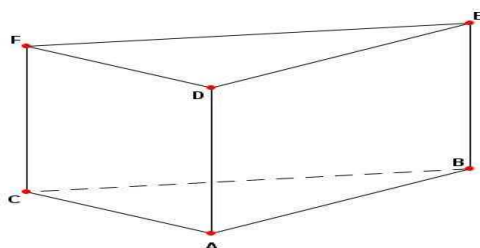


Figura 3

Matematic se poate interpreta figura 3 astfel: se consideră doi vectori în plan $\vec{a}$ și $\vec{b}$ cu segmentele $\overrightarrow{EF}$ și $\overrightarrow{FC}$ ca și reprezentări ale vectorilor. Punctele D și E reprezintă un segment orientat $\overrightarrow{DE}$. Acesta este dat de suma segmentelor orientate $\overrightarrow{EF}$ și $\overrightarrow{FC}$.

O parte din codul utilizat este dat mai jos:

```

        Shape {
        appearance Appearance {
            material Material {
                ambientIntensity 0.5
                diffuseColor 0.1837 0.1837 0.1837
            }
        }
        geometry IndexedFaceSet {
            coord Coordinate {
                point [
                    0.94 0.00 -0.33 ,
                    -0.47 0.81 -0.33 ,
                    0.00 0.00 1.00 ,
                ]
            }
            coordIndex [
                2, 1, 0, -1,
                3, 2, 0, -1,
                2, 3, 1, -1,
            ]
        }
    
```

Segmentele sunt definite ca si coordonate spatiale si dupa definirea axelor de coordonate în JAVA obținem structura din figura 3.

Concluzii

Am utilizat aceasta combinație pentru a putea demonstra modul în care pot fi utilizați vectorii în construcțiile geometrice spațiale, ținând cont de faptul că majoritatea software-lor de tip CAD folosesc ca și bază de definire a diverselor elemente geometrice vectorii.

ACKNOWLEDGMENT: This paper was supported by the project "Sustainable performance in doctoral and post-doctoral research PERFORM - Contract no. POSDRU/159/1.5/S/138963", project co-funded from European Social Fund through Sectorial Operational Program Human Resources 2007-2013.

Referințe

- [1] M.Burtea Matematica , ed. Carminis
- [2] A.Coța Matematică. Geometrie și trigonometrie , Ed.Didactică si pedagogică, 1999

drd.ing.Gabriel Anastasiu CN Dragoș Vodă Câmpulung Moldovenesc, jud.Suceava
e-mail: agabriel@eed.usv.ro

prof. Elena Anastasiu, Colegiul Alexandru cel Bun Gura Humorului, jud.Suceava
e-mail: nitan_e@yahoo.com

prof. Dorina Gabriela Carp, CN Dragos Voda Campulung Moldovenesc, jud.Suceava
e-mail: dorinacarp@yahoo.ca